第 9 講 2 次方程式

Step 1

1 次の問いに答えなさい。

(1) x についての 2 次方程式 $x^2 - x + a = 0$ の解の 1 つが -2 のとき，a の値を求めよ。

【香川県】

(2) x についての 2 次方程式 $x^2 + ax - 12 = 0$ の解の 1 つが -2 であるとき，もう 1 つの解を求めなさい。

【滋賀県】

2 a，b は自然数とする。2 次方程式 $x^2 + ax - b = 0$ について，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) $a = 3$，$b = 1$ のとき，2 次方程式を解きなさい。

(2) $x = -6$，$x = 3$ がともに 2 次方程式の解であるとき，a，b の値の組 (a, b) を求めなさい。

(3) $x = -3$ が 2 次方程式の 1 つの解であるとき，a，b の値の組は 2 つある。2 つの a，b の値の組 (a, b) を求めなさい。

【岐阜県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

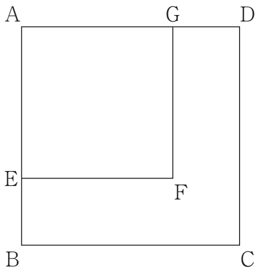
Step　2

3　次の問いに答えなさい。

(1)　縦の長さと横の長さの和が $6\,\mathrm{m}$ で，面積が $6\,\mathrm{m}^2$ の長方形があります。
縦の長さが横の長さよりも短いとき，縦の長さを求めなさい。
ただし，用いる文字が何を表すかを示して方程式をつくり，それを解く過程も書きなさい。

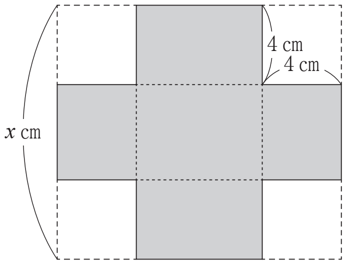
【岩手県】

(2)　右図で，2つの四角形ABCD，AEFGはともに正方形であり，正方形ABCDの面積は正方形AEFGの面積の2倍である。BE = 1cmのとき，辺ABの長さを求めよ。



【奈良県】

4　横の長さが縦の長さより2cm長い長方形の紙がある。右の図のように，4すみから1辺が4cmの正方形を切り取って，ふたのない直方体の容器をつくったところ，容積が $96\mathrm{cm}^3$ となった。もとの紙の縦の長さを x cmとして方程式をつくり，もとの紙の縦の長さを求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。



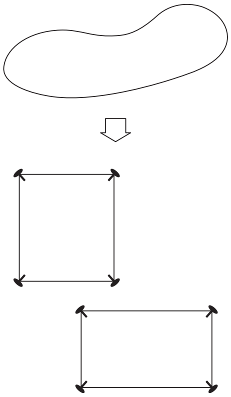
【栃木県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step　3

5　太郎さんのクラスでは，右の図のような長さ 24cm のひもの輪でできる長方形の縦と横の長さと面積の関係について班ごとに話し合った。後の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

長さ 24cmのひもの輪



太郎さんの班の会話

太郎：縦と横の長さを変えると，いろいろな長方形ができるね。

花子：確かに，いろいろな長方形ができるけど，面積はみな同じになるのかな。

次郎：ひもの長さが変わらないから，面積も変わらないと思うよ。

春子：そうかな。面積は変わると思うよ。だって，例えば，[　　　　]

次郎：そうか…。なるほどね。それじゃあ，逆に面積を決めることで縦と横の長さが決まるのかな。

(1)　会話文中の[　　　]には，長さ 24cm のひもの輪でできる長方形の面積が変わることを，具体的に説明していることばが入る。あなたならどのように説明するか，書きなさい。

(2)　長さ 24cm のひもの輪でできる長方形の縦の長さを x cm とするとき，横の長さを x を使った式で表しなさい。

(3)　長さ 24cm のひもの輪でできる長方形の面積が 30cm^2 になるとき，縦と横の長さを求めなさい。

【群馬県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

第９講　２次方程式

Step　1

1　(1) (a =) − 6　(2) (x =) 6

≪解説≫

(1) 2 次方程式に $x = -2$ を代入して，$(-2)^2 - (-2) + a = 0$ より，$4 + 2 + a = 0$
よって，$a = -6$

(2) 2 次方程式に $x = -2$ を代入して，$(-2)^2 + a \times (-2) - 12 = 0$　整理して，$-2a = 8$ より，$a = -4$　よって，2 次方程式は $x^2 - 4x - 12 = 0$ となるから，左辺を因数分解して，$(x + 2)(x - 6) = 0$ より，$x = -2$，6 なので，もう 1 つの解は $x = 6$

2　(1) $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$　(2) (3，18)　(3) (1，6)，(2，3)

≪解説≫

(1) $x^2 + 3x - 1 = 0$ となるので，解の公式より，

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

(2) 2 次方程式の x^2 の係数が 1 なので，$x = -6$，$x = 3$ が 2 次方程式の解であるとき，左辺は $(x + 6)(x - 3)$ と因数分解できる。これを展開すると，$x^2 + 3x - 18$ なので，$(a, b) = (3, 18)$

(3) $x^2 + ax - b = 0$ に $x = -3$ を代入すると，$(-3)^2 + a \times (-3) - b = 0$ より，$3a + b = 9$ となり，a，b は自然数だから，a は 1 か 2 のいずれかになる。$a = 1$ のとき，$3 \times 1 + b = 9$ より，$b = 6$　$a = 2$ のとき，$3 \times 2 + b = 9$ より，$b = 3$　よって，$(a, b) = (1, 6)$，$(2, 3)$

Step　2

3　(1) $3 - \sqrt{3}$ (m)　(2) $2 + \sqrt{2}$ (cm)

≪解説≫

(1) 縦の長さを x m とすると，横の長さは，$(6 - x)$ m と表せるので，長方形の面積について，$x(6 - x) = 6$　展開して整理すると，$x^2 - 6x + 6 = 0$　解の公式より，$x = \dfrac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1} = \dfrac{6 \pm \sqrt{12}}{2} = \dfrac{6 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 3 \pm \sqrt{3}$　ここで，縦の長さは横の長さより短いので，$0 < x < 3$ となる。よって，$x = 3 - \sqrt{3}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

(2) AB $= x$ cm とおくと，AE $= x - 1$ (cm)となるから，正方形 ABCD の面積は x^2cm^2，正方形 AEFG の面積は$(x - 1)^2$cm^2 と表すことができる。よって，$x^2 : (x - 1)^2 = 2 : 1$ が成り立つから，$2(x - 1)^2 = x^2$ となり，$x^2 - 4x + 2 = 0$　解の公式より，$x = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \dfrac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$　$x > 1$ より，$x = 2 + \sqrt{2}$

4　12 (cm)

≪解説≫

もとの紙の縦の長さを x cm とすると，条件より，横の長さは$(x + 2)$ cm。よって，容器の縦は，$x - 4 \times 2 = x - 8$ (cm)，横は，$x + 2 - 4 \times 2 = x - 6$ (cm)，高さは 4 cm となるから，条件より，$(x - 8)(x - 6) \times 4 = 96$　両辺を 4 で割って，$(x - 8)(x - 6) = 24$　展開して整理すると，$x^2 - 14x + 24 = 0$ より，$(x - 2)(x - 12) = 0$　よって，$x = 2,\ 12$　$x > 8$ より，$x = 12$

Step　3

5　(1) (説明) (例) 縦の長さが 4 cm，横の長さが 8 cm のとき，面積は 32cm^2 だけど，縦の長さが 5 cm，横の長さが 7 cm のとき，面積は 35cm^2 となり，長方形の面積は変わるね。

(2) $12 - x$ (cm)　(3) (縦と横の長さは) $6 + \sqrt{6}$ (cm と) $6 - \sqrt{6}$ (cm)

≪解説≫

(1) 周りの長さの和が 24cm になる 2 種類の長方形の具体例を挙げ，それぞれの面積を求めればよい。

(2) 縦と横の長さの和は，$24 \div 2 = 12$ (cm)なので，横の長さは$(12 - x)$ cm。

(3) (2)より，長方形の縦の長さを x cm とすると，横の長さは$(12 - x)$ cm なので，$x(12 - x) = 30$ が成り立つ。展開して整理すると，$x^2 - 12x + 30 = 0$　解の公式より，$x = \dfrac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \times 1 \times 30}}{2 \times 1} = \dfrac{12 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 6 \pm \sqrt{6}$　縦の長さが$(6 + \sqrt{6})$ cm のとき，横の長さは，$12 - (6 + \sqrt{6}) = 6 - \sqrt{6}$ (cm)，縦の長さが$(6 - \sqrt{6})$ cm のとき，横の長さは，$12 - (6 - \sqrt{6}) = 6 + \sqrt{6}$ (cm)となるので，どちらも成り立つ。よって，縦と横の長さは，$(6 + \sqrt{6})$ cm と$(6 - \sqrt{6})$ cm。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。